

绝密 ★ 启用前

2014 年成人高等学校专升本招生全国统一考试
高等数学(一)

答案必须答在答题卡上指定的位置, 答在试卷上无效。

选择题

一、选择题: 1~10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 把所选项前的字母填涂在答题卡相应题号的信息点上。

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} =$

A. e^2

B. e^{-1}

C. e

D. e^2

2. 设 $y = e^{-5x}$, 则 $dy =$

A. $-5e^{-5x} dx$

B. $-e^{-5x} dx$

C. $e^{-5x} dx$

D. $5e^{-5x} dx$

3. 设函数 $f(x) = x \sin x$, 则 $f'(\frac{\pi}{2}) =$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 2π

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 在 (a, b) 可导, $f'(x) > 0$. 若 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则 $y = f(x)$ 在 (a, b)

A. 不存在零点

B. 存在唯一零点

C. 存在极大值点

D. 存在极小值点

5. $\int x^2 e^x dx =$

A. $\frac{1}{3} x^2 e^x + C$

B. $3x^2 e^x + C$

C. $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$

D. $3e^{x^3} + C$

6. $\int_1^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx =$

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

7. $\int_1^{+ \infty} e^{-x} dx =$

A. -e

B. $-e^{-1}$

C. e^{-1}

D. e

8. 设二元函数 $z = x^2 y + x \sin y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

A. $2xy + \sin y$

B. $x^2 + x \cos y$

C. $2xy + x \sin y$

D. $x^2 y + \sin y$

9. 设二元函数 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, 则 $(\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2 =$

A. 1

B. 2

C. $x^2 + y^2$

D. $\frac{1}{x^2 + y^2}$

10. 设球面方程为 $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$, 则该球的球心坐标与半径分别为

A. $(-1, 2, -3); 2$

B. $(-1, 2, -3); 4$

C. $(1, -2, 3); 2$

D. $(1, -2, 3); 4$

非选择题

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。把答案填写在答题卡相应题号后。

11. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{ax} = 3$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 曲线 $y = \frac{x+1}{2x+1}$ 的铅直渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$. ✓

13. 设 $y = \frac{x}{1+x}$ ，则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x \neq 0, \\ 3, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 曲线 $y = x + \cos x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设函数 $f(x) = \int_0^x e^t dt$ ，则 $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设二元函数 $z = x^2 + 2xy$ ，则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 过原点 $(0,0,0)$ 且垂直于向量 $(1,1,1)$ 的平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$. ✓

20. 微分方程 $y' - 2xy = 0$ 的通解为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：21~28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤，并将其写在答题卡相应题号后。

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x + e^{-x} - 1}{x^2}$.

22. (本题满分 8 分)

设 $y = y(x)$ 满足 $2y + \sin(x+y) = 0$ ，求 y' .

23. (本题满分 8 分)

求函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的极大值.

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$.

25. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos(x-1)$, 求 $f'(1)$.

26. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D (x+1) dx dy$, 其中 D 是由直线 $x=0$, $y=0$ 及 $x+y=1$ 围成的平面有界区域.

27. (本题满分 10 分)

判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{5^n}$ 的收敛性.

28. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' + 3y' + 2y = e^x$ 的通解.

2014 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学(一)试题答案及评分参考

一、选择题: 每小题 4 分, 共 40 分.

1. D 2. A 3. B 4. B 5. C
6. D 7. C 8. A 9. A 10. C

二、填空题: 每小题 4 分, 共 40 分.

11. $\frac{2}{3}$ 12. $x = -\frac{1}{2}$
13. $\frac{1}{(1+x)^2}$ 14. 3
15. 1 16. $\frac{1}{2}$
17. 1 18. $2(x+y)dx + 2xdy$
19. $x+y+z=0$ 20. Ce^{x^2}

三、解答题: 共 70 分.

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x + e^{-x} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + xe^x - e^{-x}}{2x} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^x + xe^x + e^{-x}}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$
 $= \frac{3}{2}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$
 22. 解: 将 $2y + \sin(x+y) = 0$ 两边对 x 求导, 得
 $2y' + \cos(x+y) \cdot (1+y') = 0. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$
 解得 $y' = -\frac{\cos(x+y)}{2 + \cos(x+y)}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$
 23. 解: 因为 $f'(x) = 3x^2 - 3, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$
 令 $f'(x) = 0$, 得驻点 $x_1 = -1, x_2 = 1. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$
 又 $f''(x) = 6x,$
 $f''(-1) = -6 < 0, f''(1) = 6 > 0. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$
 所以 $x_1 = -1$ 为 $f(x)$ 的极大值点,
 $f(x)$ 的极大值为 $f(-1) = 2. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

24. 解: $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx = \int \frac{1}{1+e^x} d(e^x + 1)$ 4 分

$= \ln(1+e^x) + C.$ 8 分

25. 解: 因为 $f'(x) = x - \sin(x-1)$,6 分

所以 $f'(1) = 1$8 分

26. 解: $\iint_D (x+1) dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} (x+1) dy$ 4 分

$= \int_0^1 (1+x)(1-x) dx$ 6 分

$= (x - \frac{1}{3}x^3) \Big|_0^1$ 8 分

$= \frac{2}{3}.$ 10 分

27. 解: 因为 $u_n = \frac{5n+1}{5^n} > 0$,2 分

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{5(n+1)+1}{5^{n+1}}}{\frac{5n+1}{5^n}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5n+6}{5n+1},$ 5 分

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \cdot \frac{5n+6}{5n+1} = \frac{1}{5} < 1.$ 8 分

所以原级数收敛.10 分

28. 解: $y'' + 3y' + 2y = e^x$ 对应的齐次方程为

$y'' + 3y' + 2y = 0.$

特征方程为 $r^2 + 3r + 2 = 0$,2 分

特征根为 $r_1 = -2$, $r_2 = -1$4 分

所以齐次方程的通解为

$Y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}.$ 6 分

设 $y^* = Ae^x$ 为原方程的一个特解,

代入原方程可得

$A = \frac{1}{6}.$ 8 分

所以原方程的通解为

$y = Y + y^* = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{6} e^x.$ 10 分